

周期域分析中非同步取样数据的同步化

陈隆道, 钱照明, 张圣训
(浙江大学电气工程学院, 浙江杭州 310027)

摘要: 针对周期信号分析中的频谱泄漏问题, 本文就目前国际上的研究状况和趋势进行了简单地介绍, 提出了重新定位取样序列的同步化方法, 推导出了同步化取样序列坐标的定位公式. 比较详细地讨论了线性、二阶和四阶同步化算法, 并对它们的理论截断误差进行了分析. 通过对不同谐波形式的仿真信号的同步化运算和误差分析, 获得了线性同步化算法的理论和实际误差特性, 以及二阶抛物同步化算法和四阶前插同步化算法的实际误差特性. 误差分析的结果表明, 这种非同步取样数据的同步化算法, 具有良好的同步效果, 不仅可应用于稳态周期信号, 也适用于周期性非稳态过程信号的测量和分析.

关键词: 非同步取样; 同步化算法; 误差特性

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)07-0950-04

Synchronization Algorithm for the Asynchronous Sampled Data Set in Period Domain Signal Analysis

CHEN Long-dao, QIAN Zhao-ming, ZHANG Sheng-xun

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: The latest progress and the research direction on reducing spectrum leakage in periodic signal measurement and analysis are simply introduced firstly, and a synchronization method of re locating the second sampling coordinate is presented. Then, a formula for locating the second sampling coordinate, and a synchronization algorithm (1st order linear, 2nd order parabolic, and 4th order interpolation etc.), and their theoretical truncation errors are also discussed in this paper. By computer simulation lastly, through the synchronization calculation and the error analysis of various harmonic signals, the theoretical and practical error characteristics of the linear synchronization algorithm, and the practical error characteristics of the 2nd order parabolic and 4th order interpolation synchronization algorithm are obtained. Simulation results show that the algorithm could be used not only in steady state signal analysis, but also in periodical non steady state process signal analysis.

Key words: asynchronous sampling; synchronization algorithm; error characteristics

1 引言

实现周期性过程信号的周期域高精度分析, 关键是非同步取样数据的同步化^[1]. 同步化的目的是尽可能地减小频谱泄漏和参量误差, 因此, 它与提高周期信号的测量精度是一致的. 就周期信号的高精度分析而言, 目前国际上的研究状况和趋势大致可分成三个方向: 一是通过对取样序列的加窗和频谱系数的插值, 来提高分析精度^[2~4]; 二是通过对取样序列的插值或自适应算法, 使处理后的数据序列逼近理想化, 然后再进行参量的运算和分析^[5,6]; 三是尽量使取样同步化, 以使初始取样序列就达到或逼近理想同步取样的效果^[7~10].

根据时域周期性过程信号的特点, 可以发现可编程分频器(PFD)^[7]、锁相环(PLL)^[8,9]以及多重信号变换(MSC)^[10]等同步取样方法在过程信号的分析中将无法实现. 而对于加窗和插值的DFT算法, 欲达到较高的分析精度, 与取样和分

析的信号周期数密切相关, 目前最少的也需要4个基波周期^[4]. 准同步采样^[11,12]也是针对稳态周期信号提出的, 需要多周期的幅度和频率稳定. 因此, 在过程信号的分析中都将无法应用. 本文针对第二个研究方向, 采用重新定位同步化取样序列的方法, 从对各种不同类型信号的大量仿真结果表明, 可以达到较为理想的同步化效果.

2 同步化取样数据序列坐标的定位公式

设有实际取样序列为: $x_1(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$, 它至少应包含一个完整的周期; 理想的同步化取样序列: $x_2(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 恰好是一个完整的信号周期. 对于不存在直流分量的信号, 实际取样所对应完整周期信号的取法应该是: $x_1(0) \leq 0$, $x_1(1) > 0$ (序列始端) 和 $x_1(M-2) < 0$, $x_1(M-1) \geq 0$ (序列末端).

从实际取样序列 $x_1(k)$ 中, 求取理想的同步化取样序列 $x_2(i)$ 的关键是: 根据实际取样周期 T_s , 理想取样周期 T_{si} (由非同步取样时的信号周期算法计算得到^[11]), $x_1(0)$ 与 $x_2(0)$ 对应的时间偏差 t_{p1} , 以及理想取样序列 $x_2(i)$ 的下标 i , 求解在实际取样序列 $x_1(k)$ 中对应的下标 k_i , 如图 1 所示。

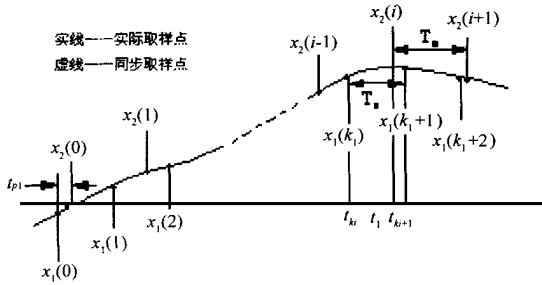


图 1 同步化取样坐标定位原理图

若用 t_{k_i} 和 t_i 分别表示实际取样序列 $x_1(k)$ 和理想取样序列 $x_2(i)$ 所对应取样点的时间, 则 k_i 应满足:

$$t_{k_i} \leq t_i, t_{k_i+1} > t_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

故第 i 个理想取样点在实际取样序列中的下标为:

$$k_i = \text{INT} \left[\frac{iT_{si} + t_{p1}}{T_s} \right], \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中 $\text{INT}[\]$ 为取整算子。

3 线性同步化算法

根据式(2)及其条件式(1), 采用线性插值算法^[13], 可得到:

$$\begin{aligned} x_2(i) &= x_1(k_i) + \frac{x_1(k_i+1) - x_1(k_i)}{T_s} (i \cdot T_{si} - k_i T_s + t_{p1}) \\ &= x_1(k_i) + [x_1(k_i+1) - x_1(k_i)] \cdot \left(\frac{i \cdot T_{si} + t_{p1}}{T_s} - k_i \right) \\ &= (1 + k_i - \frac{i \cdot T_{si} + t_{p1}}{T_s}) x_1(k_i) + (\frac{i \cdot T_{si} + t_{p1}}{T_s} - k_i) x_1(k_i+1) \\ &= (1 - \alpha_i) \cdot x_1(k_i) + \alpha_i x_1(k_i+1), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{其中: } \alpha_i = \frac{iT_{si} + t_{p1}}{T_s} - k_i = \frac{iT_{si} + t_{p1}}{T_s} - \text{INT} \left[\frac{iT_{si} + t_{p1}}{T_s} \right] \quad (4)$$

由此可见, $0 \leq \alpha_i < 1$, 并在计算下标 k_i 时就得到的系数。因此, 线性插值算法式(3)的计算是非常简捷的。

得到同步化取样序列 $x_2(i)$ 后, 便可采用相关算法, 求出该信号的各项时频参量。这些参量的计算精度, 除参量本身的算法误差外, 主要取决于同步化取样序列 $x_2(i)$ 的精度。

对于上述的同步化取样, 因采用线性插值算法, 每个同步点上的理论截断误差可以估计如下: 由于同步化取样点 t_i 处在实际非同步取样点 t_{k_i} 和 t_{k_i+1} 之间, 即 $t_i \in [t_{k_i}, t_{k_i+1}]$, 则同步化取样点 t_i 上取样值的理论截断误差为:

$$R_1(t_i) = \frac{x''_1(\xi)}{2} (t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+1}), \quad \xi \in (t_{k_i}, t_{k_i+1}) \quad (5)$$

式中的 t_i, t_{k_i}, t_{k_i+1} 都是已知的, 为计算 t_i 点上取样值的最大理论误差, 必须求出被取样信号的二阶导数, 并应在 $\xi \in (t_{k_i},$

$t_{k_i+1})$ 中找出它的最大值。要找出这样的 ξ 点, 在实际中是很

困难的。对于 $x''_1(\xi)$ 在 $[t_{k_i}, t_{k_i+1}]$ 范围内是单调的函数, 可用 $x''_1(t_{k_i})$ 和 $x''_1(t_{k_i+1})$ 中的较大一个来代替 $x''_1(\xi)$, 从而便可得到 t_i 点上最大的理论截断误差:

$$R_{1\max}(t_i) = \frac{\max[x''_1(t_{k_i}), x''_1(t_{k_i+1})]}{2} (t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+1}) \quad (6)$$

式中 $\max[\]$ 表示取最大值。

4 二阶抛物同步化算法

使用抛物插值函数计算同步化取样数据时, 每计算一个同步数据就需要三个非同步取样点。若实际的非同步取样序列为 $x_1(k), k = 0, 1, 2, \dots, M-1$, 同步化取样序列是 $x_2(i), i = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 则同样可用式(2)计算出第 i 个同步化取样点在非同步取样序列中的下标 k_i 。由于这种同步算法需要三个插值节点, 故在计算第 i 个同步取样数据时, 即可采用 k_i, k_i+1 和 k_i+2 三个, 也可使用 k_i-1, k_i 和 k_i+1 三个非同步取样数据。在此, 我们仅推导采用前者三个样点数据的情况。仍用 t_{k_i} 和 t_i 分别表示 $x_1(k)$ 和 $x_2(i)$ 所对应取样点的时间, 则有同步化取样值的计算如下:

$$\begin{aligned} x_2(i) &= \frac{(t_i - t_{k_i+1})(t_i - t_{k_i+2})}{(t_{k_i} - t_{k_i+1})(t_{k_i} - t_{k_i+2})} x_1(k_i) \\ &+ \frac{(t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+2})}{(t_{k_i+1} - t_{k_i})(t_{k_i+1} - t_{k_i+2})} x_1(k_i+1) \\ &+ \frac{(t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+1})}{(t_{k_i+2} - t_{k_i})(t_{k_i+2} - t_{k_i+1})} x_1(k_i+2) \end{aligned} \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (7)$$

若把 $\begin{cases} t_i - t_{k_i} = iT_{si} + t_{p1} - k_i T_s \\ t_i - t_{k_i+1} = iT_{si} + t_{p1} - (k_i+1) T_s \\ t_i - t_{k_i+2} = iT_{si} + t_{p1} - (k_i+2) T_s \end{cases}$ 和 $\begin{cases} t_{k_i} - t_{k_i+1} = -T_s \\ t_{k_i} - t_{k_i+2} = -2T_s \\ t_{k_i+1} - t_{k_i+2} = -T_s \end{cases}$ 等关

系代入式(7), 并令 $\alpha_i = (iT_{si} + t_{p1})/T_s - k_i$ 则有:

$$\begin{aligned} x_2(i) &= \left[\frac{1}{2} \alpha_i (\alpha_i - 3) + 1 \right] x_1(k_i) - \alpha_i (\alpha_i - 2) x_1(k_i+1) \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_i (\alpha_i - 1) x_1(k_i+2), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (8)$$

由此可见, 抛物同步化算法的计算也是很方便的, 只需三个非同步取样点数值及其与系数 α_i 的简单运算。

与线性同步化算法一样, 用抛物同步化算法计算得到的同步取样点 t_i 上取样值的理论截断误差是:

$$\begin{aligned} R_2(t_i) &= \frac{x'''_1(\xi)}{6} (t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+1})(t_i - t_{k_i+2}), \\ &\quad \xi \in (t_{k_i}, t_{k_i+2}) \end{aligned} \quad (9)$$

同样可用 $x'''_1(t_{k_i}), x'''_1(t_{k_i+1}), x'''_1(t_{k_i+2})$ 中的最大值来代替式(9)中的 $x'''_1(\xi)$, 即可得到 t_i 点上取样值的最大理论截断误差:

$$\begin{aligned} R_{2\max}(t_i) &= \frac{1}{6} \max[x'''_1(t_{k_i}), x'''_1(t_{k_i+1}), x'''_1(t_{k_i+2})] \\ &\quad \cdot (t_i - t_{k_i})(t_i - t_{k_i+1})(t_i - t_{k_i+2}) \end{aligned} \quad (10)$$

5 四阶前插同步化算法

至于更高阶次的同步化算法, 由于计算更趋复杂, 运算量更大, 不很适合实际应用, 尤其是对实时检测系统. 上述线性和抛物同步化算法, 其精度已能满足工程中的实际应用要求. 为了观察更高次同步化算法的同步效果, 我们以四阶牛顿前插算法为例, 进行简单讨论.

由非同步取样序列, 可构造出一阶到四阶的差分序列:

$$x_{11}(k) = x_1(k+1) - x_1(k), k = 0, 1, 2, \dots, M-2 \quad (11)$$

$$x_{12}(k) = x_{11}(k+1) - x_{11}(k), k = 0, 1, 2, \dots, M-3 \quad (12)$$

$$x_{13}(k) = x_{12}(k+1) - x_{12}(k), k = 0, 1, 2, \dots, M-4 \quad (13)$$

$$x_{14}(k) = x_{13}(k+1) - x_{13}(k), k = 0, 1, 2, \dots, M-5 \quad (14)$$

根据牛顿前插公式^[13]和前面推导的系数 α_i , 可得到四阶牛顿前插同步化算法:

$$\begin{aligned}
 x_2(i) = & x_1(k_i) + \alpha_i x_{11}(k_i) + \frac{1}{2} \alpha_i (\alpha_i - 1) x_{12}(k_i) \\
 & + \frac{1}{6} \alpha_i (\alpha_i - 1) (\alpha_i - 2) x_{13}(k_i) \\
 & + \frac{1}{24} \alpha_i (\alpha_i - 1) (\alpha_i - 2) (\alpha_i - 3) x_{14}(k_i) \\
 & i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (15)
 \end{aligned}$$

值得注意的是, 采用这种算法时, 实际的非同步取样数据的长度必须超出一个信号周期再加四个样点以上, 这样才可得到完整的差分序列式(11)~(14).

6 误差分析和结论

对于每一个同步取样点, 通过式(6)和式(10)的计算, 便可分别得到线性和二阶同步化算法时该点上的最大理论截断误差. 求出整个周期全部同步取样点上的截断误差后, 也就能绘出同步化取样理论误差特性. 另外, 用仿真方法还可计算出同步取样值的实际误差. 通过对非同步取样数据序列的同步取样运算, 已经得到了在插值点上的同步化取样值, 而在该点上的精确取值是可以理论同步取样得到的. 由此, 也就可以得到各种同步化算法的同步化实际误差特性.

若使用下列四种波形作为仿真信号:

(1) 纯正弦信号:

$$x(t) = A_{m1} \sin \omega t \quad (16)$$

式中: A_{m1} 为正弦信号幅值(以下为基波信号幅值), ω 是正弦信号角频率(以下为基波信号角频率).

(2) 只含奇次谐波的仿真信号:

$$x(t) = A_{m1} \sin \omega t + \sum_{k=1}^{k_{max}-1} \frac{A_{m1}}{ak} \sin(2k+1)\omega t \quad (17)$$

式中: k 为谐波次数, k_{max} 为最高谐波次数, a 为待定系数.

(3) 只含偶次谐波的仿真信号:

$$x(t) = A_{m1} \sin \omega t + \sum_{k=1}^{k_{max}/2} \frac{A_{m1}}{bk} \sin 2k\omega t \quad (18)$$

(4) 含有全部谐波的仿真信号:

$$x(t) = A_{m1} \sin \omega t + \sum_{k=2}^k \frac{A_{m1}}{ck} \sin k\omega t \quad (19)$$

对式(17)~(19)的仿真信号, 若取谐波失真度 D 为 0.05 (5%), $k_{max} = 30$, 根据谐波失真度的定义, 可求得它们的系数 a 、 b 和 c :

$$a = 25.108, b = 25.143, c = 15.648 \quad (20)$$

设 $f = 50\text{Hz}$, $T_s = 75\mu\text{s}$, $A_{m1} = 10\sqrt{2}(\text{V})$, 同步化取样点数 $N = 128$, 采用线性周期算法^[11].

由非同步取样数据序列, 通过式(3)的线性同步化过程, 式(6)的理论截断误差运算, 以及实际误差的计算, 可得到如图 2~5 所示的四组误差特性曲线.

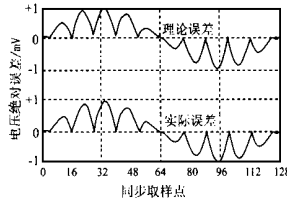


图 2 同步化取样数据的误差特性(正弦波形, 线性同步)

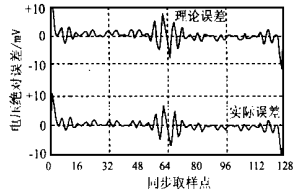


图 3 同步化取样数据的误差特性(奇次谐波, 线性同步)

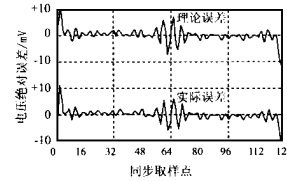


图 4 同步化取样数据的误差特性(偶次谐波, 线性同步)

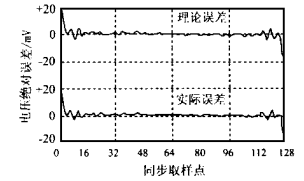


图 5 同步化取样数据的误差特性(全部谐波, 线性同步)

由图 2~5 的误差特性可以清楚地看出:

(1) 对四种仿真波形, 实际误差特性和理论误差特性非常接近, 说明以上对理论误差和实际误差的分析是正确的.

(2) 对纯正弦波信号, 采用线性同步化算法, 其同步化取样数据的绝对误差已在 $\pm 1\text{mV}$ 之内, 并基本随正弦信号幅值大小而变, 比值小于 10^{-4} . 从这种绝对误差特性和它的分布情况看, 已能较好地满足工程技术上的应用要求.

(3) 在相同的波形畸变程度下, 对仅含有奇次或偶次谐波的周期信号, 同步化取样数据的绝对误差小于 $\pm 10\text{mV}$, 而对包含全部谐波的信号, 其绝对误差最大值($\pm 20\text{mV}$)已扩大约一倍.

(4) 对仅含有奇次或偶次谐波信号, 具有类似的绝对误差特性. 而包含全部谐波时, 信号首末两个过零点附近也具有前者类似的误差特性, 但中间零点附近的误差特性则与前者截然不同.

对于二阶抛物同步化算法和四阶前插同步化算法, 本文只给出实际误差特性如图 6 和图 7 所示.

从图 6 可知, 就同步取样点数据的最大误差而言, 抛物同步化算法要比线性同步化算法有较大改善: 对纯正弦波信号改善程度最为明显, 达到 50 多倍, 而对含有谐波的信号, 奇、偶次谐波为 3 倍多, 全部谐波是 5 倍多; 纯正弦波的误差特性已有明显变化, 其误差包络已由线性时的正弦特性改变成余弦特性; 对含有谐波的情况, 因为误差主要是由于高次谐波产生, 故整个误差特性没有发生根本性的变化; 奇、偶次谐波时,

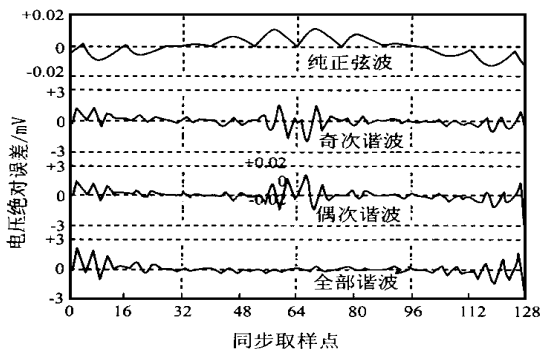


图 6 四种仿真信号的抛物同步化实际误差特性

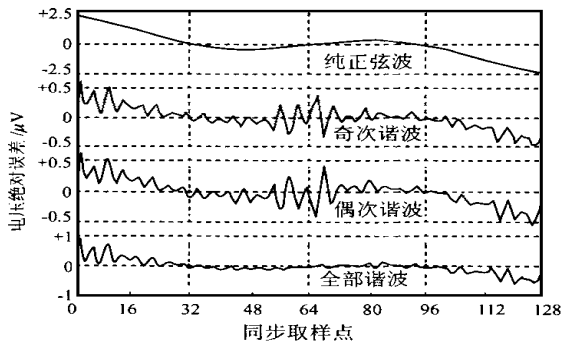


图 7 四种仿真信号的四阶前插同步化实际误差特性

其最大误差仍出现在各个信号过零点附近, 而全部谐波情况, 最大误差仍然在信号首末的零点附近。

由图 7 可以看出, 四阶牛顿前插同步化算法的计算精度与二阶同步化算法相比, 对不同的波形都有所提高, 其提高的幅度分别在 2~7 倍不等。但这种算法的计算工作量已大幅上升, 因此, 需要权衡使用场所, 在某些事后处理的场合, 可采用更高阶次的同步化算法, 而在实时检测系统中, 使用速度较快的低阶同步化算法较好。

参考文献:

- [1] 陈隆道. 过程信号周期域分析与应用的研究 [D]. 博士学位论文. 杭州: 浙江大学研究生院, 1999.
- [2] Andria, G, Savino, M, Trotta, A. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy [J]. IEEE Trans., 1989, IM-38(4): 856- 863.
- [3] Ferrero, A, Ottoboni, R. High accuracy fourier analysis based on synchronous sampling techniques [J]. IEEE Trans., 1992, IM-41(6): 780- 785.
- [4] 潘文, 钱俞寿, 周鹤. 基于加窗插值 FFT 的电力谐波测量理论 (II) 双插值 FFT 理论 [J]. 电工技术学报, 1994, 9(2): 53- 56.
- [5] Jiangtao Xi, Chicharo, J F. A new algorithm for improving the accuracy of periodic signal analysis [J]. IEEE T rans., 1996, IM-45(4): 827- 831.

- [6] 代俊光, 陈光. 一种周期信号测量中的自适应抽样算法 [J]. 电子学报, 1998, 26(8): 11- 13.
- [7] Kolanko, J K. Accurate measurement of power, energy and true RMS voltage using synchronous counting [J]. IEEE Trans., 1993, IM-42(3): 752- 755.
- [8] Ferrero, A, Ottoboni, R. A low-cost frequency multiplier for synchronous sampling of periodic signals [J]. IEEE Trans., 1992, IM-41(2): 203- 207.
- [9] Froggatt, M E, Allison, S G. Pulsed phase locked loop technology improvements for greater accuracy and expanded capabilities [J]. IEEE T rans., 1996, IM-45(1): 117- 122.
- [10] Bosnjakovic, P, Djokic, B V, Jerotic, M D. Uniform sampling of periodic signals using successive conversions [J]. IEEE Trans., 1998, IM-47(1): 56- 60.
- [11] Dai, X. Quasi-synchronous sampling algorithm and its applications [J]. IEEE T rans., 1994, IM-43(2): 204- 209.
- [12] 戴先中. 进一步提高准同步采样谐波分析准确度的两种方法 [J]. 仪器仪表学报, 1992, 13(4): 350- 357.
- [13] 易大义, 沈云宝, 李有法编. 计算方法 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1996.

作者简介:



陈隆道 男, 1955 年生于浙江省金华市, 副教授, 硕士生导师, 1978 年毕业于浙江大学电机系, 1989 年至 1999 年于浙江大学分别获工学硕士、工学博士学位, 发表学术论文 37 篇, 获浙江省科技进步三等奖 4 项, 主要从事智能仪器、测试系统、信号分析与处理的研究。



钱照明 男, 1939 年生于江苏省镇江市, 教授, 博士生导师, 1961 年毕业于浙江大学电机系, 1984 年至 1989 年在比利时天主教鲁汶大学及比利时高校微电子中心进修学习, 获博士学位, 中国电工技术学会理事及学术工作委员会副主任, IEEE 电力电子学会北京分会副主席, 中国电工技术学会电力电子专委会理事, IEEE 高级会员, 发表论文 130 余篇, 获省部级科技进步奖多项, 研究领域为电力电子技术、电力电子器件、EMC、信号分析与处理等。



张圣训 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 1959 年毕业于清华大学电机系, 1982 年至 1983 年在美国普杜大学进修, 1996 年至 1997 年在美国斯坦福大学进修, 发表学术论文 30 多篇, 著作 2 部, 获部科技进步一等奖一项, 省科技进步二等奖一项, 研究领域为电子技术、模式识别、汉字处理、信号分析和与处理等。